

10.1. Pomiar bezpośredni

O dokładności wyniku decydują czynniki takie jak: jakość przyrządu, ilość powtarzanych pomiarów, warunki pomiaru, a także - w dużym stopniu - umiejętności osoby przeprowadzającej pomiar. Istotne jest także, aby wyeliminować tzw. błąd systematyczny; dlatego przyrząd musi być poprawnie wyjustowany (np. w Urzędzie Miar i Wąg).

Zakłada się, że jeżeli na wartość wyniku pomiaru wpływa duża ilość nieidentyfikowalnych czynników, rozkład wartości wyniku zbliżony jest do centralnej części tzw. rozkładu Gaussa wyrażonego funkcją 10.1.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (10.1)$$

gdzie: σ - odchylenie standardowe

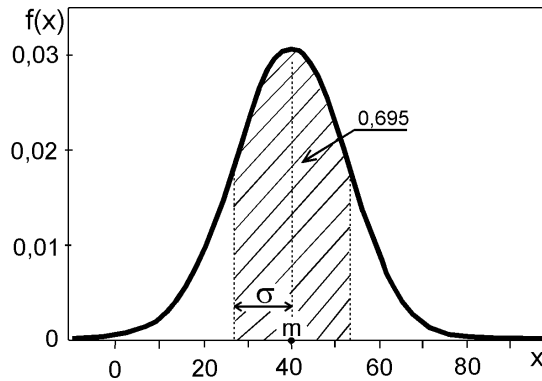
m - wartość średnia

$$m = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad (10.2)$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n p_i x_i^2 - m^2} \quad (10.3)$$

gdzie: p_i – prawdopodobieństwo wystąpienia wyniku x_i

Maksimum rozkładu można utożsamiać ze średnią z wielokrotnie powtarzanych pomiarów, a odchylenie standardowe – z szerokości rozkładu na poziomie około 0,6 jego wysokości (rys. 10.1).

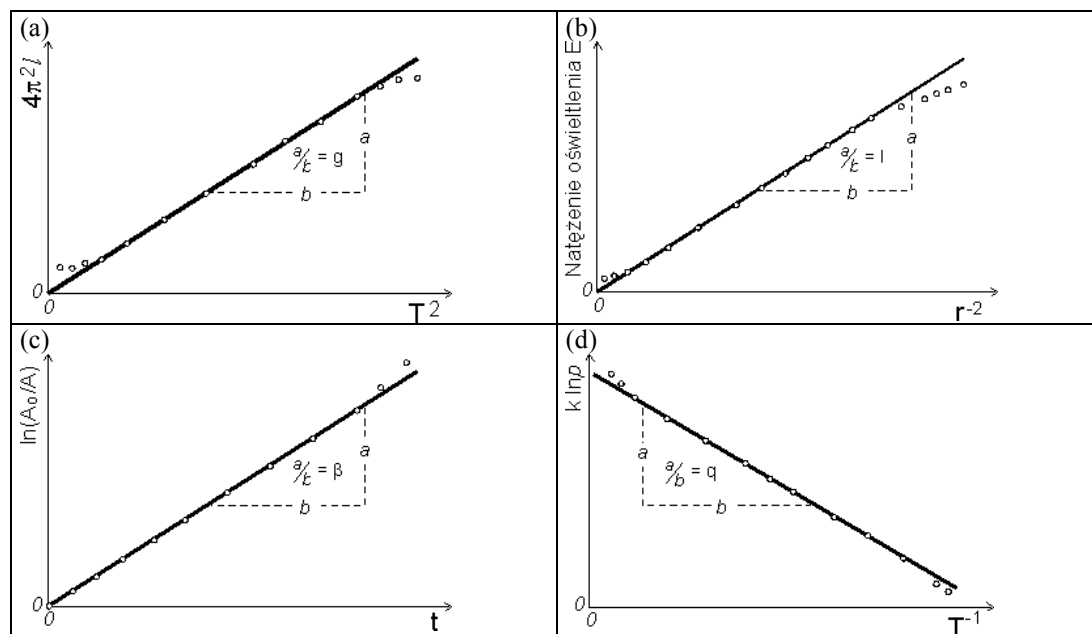


Rys. 10.1 Rozkład Gaussa.

Funkcja Gaussa jest gęstością prawdopodobieństwa wartości wyniku pomiaru. Funkcja pozwala obliczyć prawdopodobieństwo $P(x_1, x_2)$, że wynik zawiera się w określonym przedziale $x_1 \rightarrow x_2$:

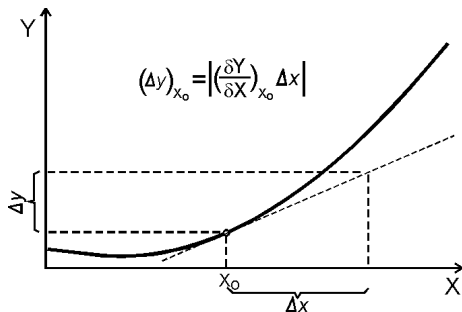
10.2. Pomiary pośrednie

Pomiary pośrednie prowadzi się w jak najszerszym zakresie warunków pomiaru, przy czym warunki te nie mogą wykraczać poza ramy stosowalności określonej formuły matematycznej wynikającej z przyjętej teorii. Kontrola stosowalności teorii jest stosunkowo łatwa, jeżeli zależność teoretyczna może być zlinearyzowana. Takie właśnie przypadki wykorzystuje się w dydaktyce fizyki. Linearyzacja jest możliwa np. przy wyznaczaniu natężenia pola grawitacyjnego z wykorzystaniem idei wahadła matematycznego, albo w wyznaczaniu natężenia źródła światła metodą Lamberta, wyznaczaniu współczynnika tłumienia kamertonu, czy wyznaczaniu ciepła parowania (rys. 10.2.). W przykładach pokazanych na rys. 10.2 współczynnik kierunkowy prostej (nie tangens kąta nachylenia!!!) stanowi szukaną wielkość. Podczas wykreślenia prostej trzeba kierować się zasadą, aby przebiegała ona jak najbliżej punktów pomiarowych; ale uwzględniamy tylko punkty układające się wzdłuż prostej, czyli w przedziale stosowalności teorii.



Rys. 10.2 Przykłady wyznaczania wielkości fizycznych: (a) natężenia pola grawitacyjnego g , (b) natężenia źródła światła I , (c) współczynnika tłumienia drgań β , (d) ciepła parowania q .

Rys. 10.3. Nieokreśloność wyrażenia $Y=f(X)$ wyznaczania sposobem podstawowym.



Rys. 10.4. Nieokreśloność wyrażenia $Y=f(X)$ wyznaczana metodą różniczki.

Przykład różniczki funkcji dwóch i więcej zmiennych - tzw. różniczka zupełna:

$$f(a, l) = \sqrt{a^2 + l^2} \quad (10.5)$$

$$df(a, l) = \frac{\partial f}{\partial a} da + \frac{\partial f}{\partial l} dl = \frac{-a}{\sqrt{a^2 + l^2}} da + \frac{-l}{\sqrt{a^2 + l^2}} dl \quad (10.6)$$

Przykład obliczania błędu bezwzględnego metodą różniczki zupełnej

$$\Delta f(a, l) = \left| \frac{\partial f}{\partial a} \right| \Delta a + \left| \frac{\partial f}{\partial l} \right| \Delta l = \frac{a}{\sqrt{a^2 + l^2}} \Delta a + \frac{l}{\sqrt{a^2 + l^2}} \Delta l \quad (10.7)$$

gdzie: Δa – niepewność (uchyb) pomiaru wielkości a

Δl – niepewność (uchyb) pomiaru wielkości l

Przykład obliczania błędu względnego metodą różniczki zupełnej

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{a}{a^2 + l^2} \Delta a + \frac{l}{a^2 + l^2} \Delta l \quad (10.8)$$

Przy braku możliwości zmiany warunków pomiarów, czyli gdy pomiar musi być jednorazowy, a wynik musi być podany natychmiast, o jego jakości świadczy błąd względny. Na błąd ów wpływają uchyby poszczególnych pomiarów bezpośrednich i zastosowana teoria (reguła matematyczna).

a wyrażenie na błąd względny:

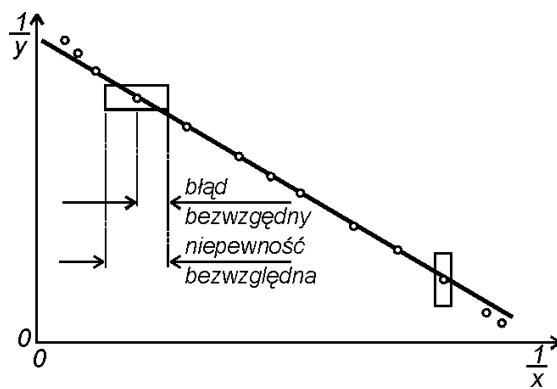
$$\frac{\Delta k}{k}(m, I, t, \Delta m, \Delta I, \Delta t) = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta t}{t} \quad (10.10)$$

W wyrażeniu 10.10 poszczególne składniki informują o błędach, jakie wnoszą poszczególne pomiary (masy, prądu i czasu). Pomiar jest poprawnie przygotowany, jeżeli poszczególne składniki wnoszą podobne błędy.

Błąd względny wyliczony z zależności 10.10 jest teoretycznym błędem maksymalnym - założono bowiem, że błędy z poszczególnych pomiarów bezpośrednich kumulują się (a w praktyce mogą się częściowo wzajemnie znosić, ponieważ jedne wielkości mogą być zmierzone z nadmiarem, inne z niedomiarem). Jeżeli znana jest tablicowa wartość wyniku Y_{tabl} , można wyliczyć względny błąd pomiarowy δ (...).

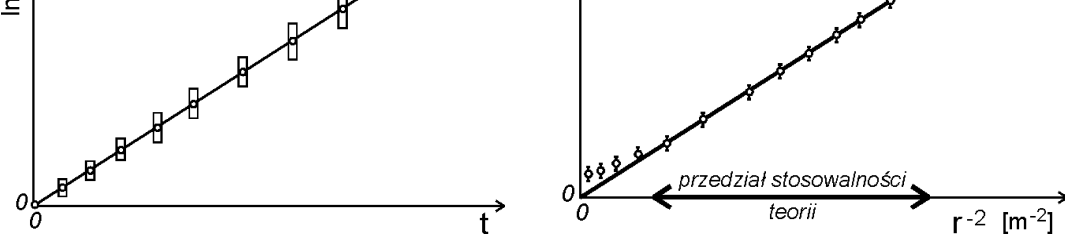
$$\delta = \frac{|Y_{\text{tabl}} - Y_{\text{zmierzone}}|}{Y_{\text{tabl}}} \quad (10.11)$$

Oczywiste jest, że błąd względny teoretyczny wyliczony z zależności 10.10 powinien być większy od względnego błędu pomiarowego wyrażonego zależnością 10.11. Sytuacja odwrotna jest dowodem na to, że na błąd wpływają jeszcze czynniki inne, niż uwzględnione przy obliczaniu błędu teoretycznego. Jest to dobry sposób na testowanie stanowisk pomiarowych i systemów kontrolno-pomiarowych.



Rys. 10.5. Rozróżnienie określeń błąd i niepewność.

Oprócz określenia *błąd pomiarowy* spotyka się również określenie *niepewność pomiarowa* oraz *tolerancja*. Niepewność pomiarowa (bezwzględna lub względna) jest najczęściej kojarzona z podwojoną wartością błędu względnego (rys. 10.5). *Tolerancja* to jednowyrazowy synonim *niepewności pomiarowej*.



Rys. 10.6. Przykłady wykresów sporządzanych w ramach procedury „sprawdzanie”.

Jeżeli na wykresie można poprowadzić prostą przechodzącą przez pola niepewności (rys.10.6a) *nie ma podstaw do stwierdzenia odstępstwa od teoretycznej zależności w całym zakresie warunków pomiaru*. Jeżeli w określonym zakresie warunków pomiaru prosta wykracza poza pola niepewności (rys. 10.6b) wtedy formuła *nie ma podstaw do stwierdzenia odstępstwa od teoretycznej zależności* odnosi się tylko do przedziału, w jakim prosta przechodzi przez prostokąty. Poza granicami tego przedziałem *stwierdza się odstępstwo od teoretycznej zależności*.

Można zatem w określonym przedziale zmienności warunków sformułować jeden z dwóch następujących wniosków:

- *wykryto odstępstwo od teorii;*
- *nie ma podstaw do stwierdzenia odstępstwa od teorii.*

Z formalno-logicznego punktu widzenia nie można nigdy ze stuprocentową pewnością stwierdzić, że wyniki potwierdzają teorię. Teoria jest bowiem wynikiem założeń *idealnych*, które w świecie *materialnym* nie są możliwe do spełnienia.